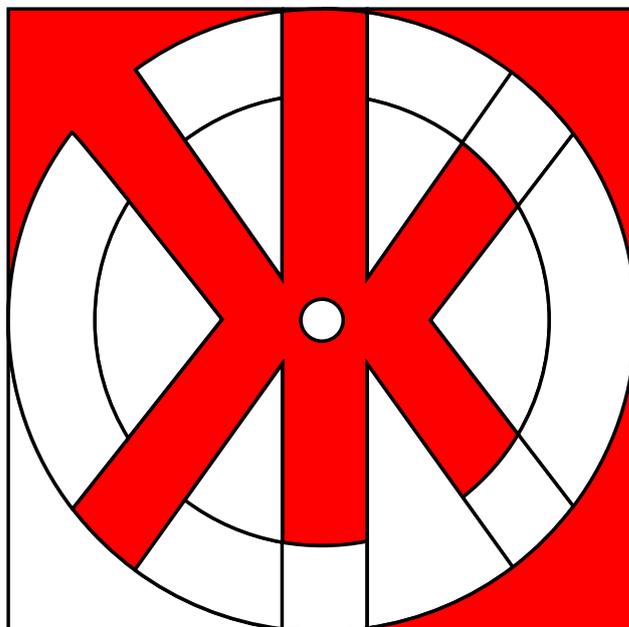




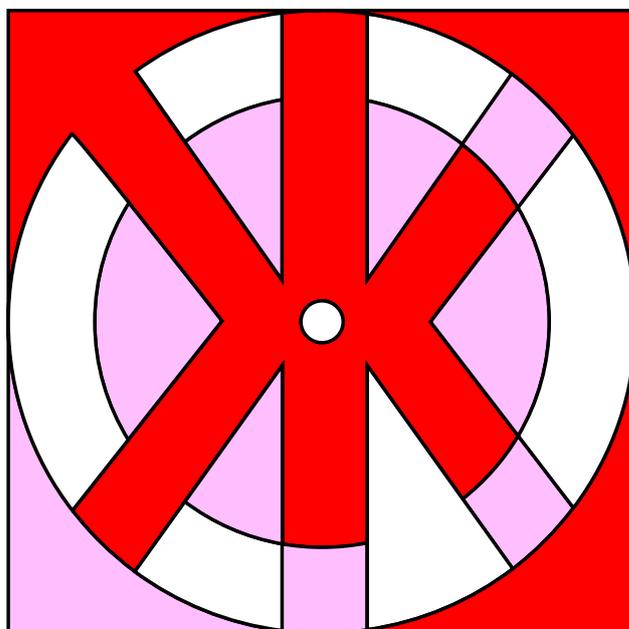
Solution

Il est possible de le faire à l'aide de trois couleurs différentes.

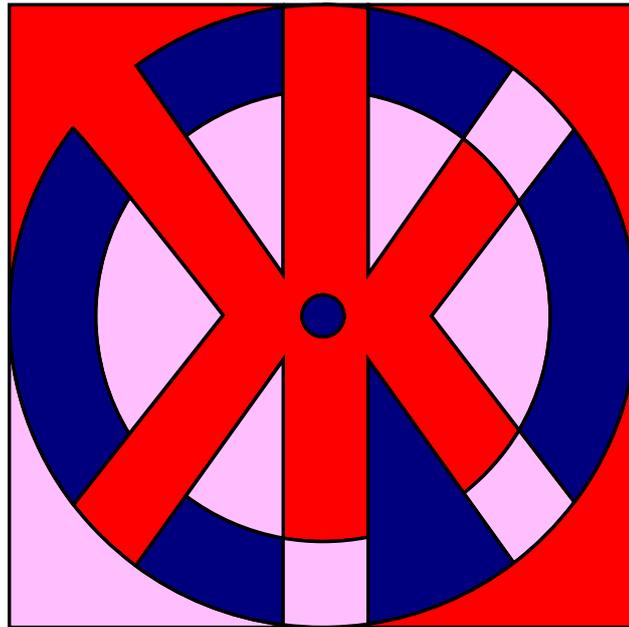
Il existe différentes solutions selon la première couleur que l'on choisit. Si l'on commence, par exemple, avec la couleur rouge dans l'angle supérieur gauche et que l'on colorie ensuite de la même couleur toutes les surfaces qui ne sont pas en contact direct avec elle, on obtient le résultat suivant :



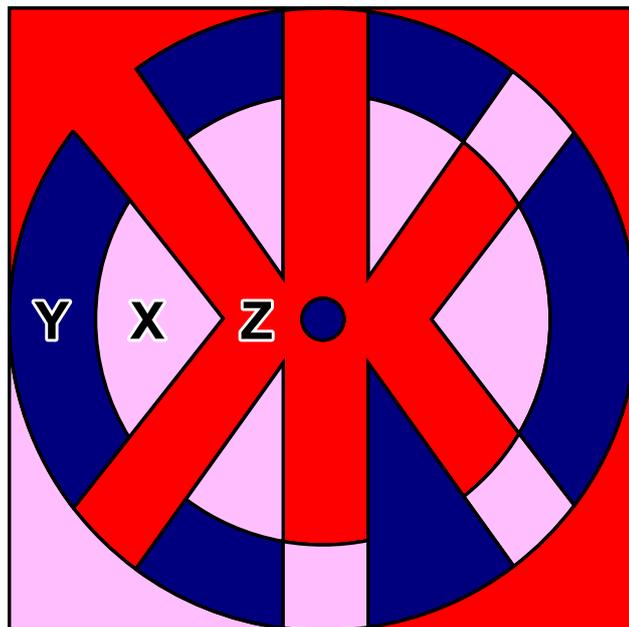
Si l'on continue avec une deuxième couleur, par exemple le rose, dans l'angle inférieur gauche et que l'on colorie chaque surface possible, on obtient le résultat suivant :



En principe, si l'on admet que le blanc est une couleur, on a ainsi déjà terminé, car avec les trois couleurs, rouge, rose et blanc, on a colorié le motif en respectant les deux conditions définies. Bien sûr, on est libre de colorier les surfaces blanches avec une troisième couleur (par exemple le bleu) :



Par contre, il ne serait pas possible de colorier le motif en question avec moins de trois couleurs. La surface X jouxte la surface Y, elles doivent donc être coloriées en différentes couleurs. Toutes deux délimitent la troisième surface Z et donc la couleur de celle-ci doit impérativement différer des deux autres.



C'est de l'informatique !

Quel est le nombre maximum de couleurs dont on a besoin pour colorier un nombre arbitraire de surfaces de sorte qu'aucune surface adjacente ne présente la même couleur ? La réponse correcte est : quatre couleurs suffisent tant que l'on n'autorise pas les « enclaves ». Une enclave est une zone partielle autonome qui appartient à une autre zone, mais qui n'y est pas reliée, comme par exemple la commune fribourgeoise d'Estavayer qui est, avec 11 autres communes, à l'intérieur du canton de Vaud, ou Büsingen sur le Rhin supérieur ou encore Campione d'Italia. À l'étranger, on pourrait aussi mentionner Baarle aux Pays-Bas et en Belgique.



Cette tâche présente le théorème des quatre couleurs qui est très difficile à prouver. Il y a 200 ans, on était arrivé à la conclusion que le nombre maximum était de cinq couleurs. Ce n'est qu'en 1976 que les mathématiciens Kenneth Appel et Wolfgang Haken ont prouvé qu'il suffisait de quatre couleurs. Ils ont utilisé des ordinateurs pour vérifier diverses exceptions et contre-exemples. Mais comme ce n'était plus possible de vérifier manuellement les calculs effectués par l'ordinateur, beaucoup de mathématiciens ont remis en cause l'utilisation de l'ordinateur pour ces types de preuves. Aujourd'hui encore, certains mathématiciens se demandent s'il est permis d'utiliser un ordinateur pour établir la véracité d'un énoncé mathématique ou pour prouver un théorème.

Dans la vie quotidienne, le théorème des quatre couleurs est très utile dans différents domaines, par exemple dans celui de l'aéronautique pour créer des plans de vol lorsque les avions sont assignés à des couloirs afin qu'ils aient toujours une distance suffisante, ou encore dans celui de la téléphonie mobile lorsque l'on assigne des plages de fréquences aux antennes de téléphonie mobile afin qu'elles n'interfèrent pas entre elles et que la réception ne se détériore pas malgré les nombreuses antennes.

Mots clés et sites web

le théorème des quatre couleurs

- https://fr.wikipedia.org/wiki/Théorème_des_quatre_couleurs
- <http://www.mathepedia.de/Vier-Farben-Satz.html>
- https://en.wikipedia.org/wiki/Enclave_and_exclave
- <https://en.wikipedia.org/wiki/Baarle>